

Dinamika Populas Kepiting Bakau (*Scylla serrata*) dengan Mempertimbangkan Sifat Kanibalisme (*Population Dynamics of Mangrove Crab (Scylla serrata) by Considering the Nature of Cannibalism*)

Randy Ferdiansyah¹, Ismail Djakaria², Agusyarif Rezka Nuha³

^{1,2,3}Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo
randyferdiansyah100@gmail.com¹, iskar@ung.ac.id², agusyarif@ung.ac.id³

Article Info	Abstract
Article history: Received: 4 Agustus 2025 Revised: 27 Agustus 2025 Accepted: 28 Agustus 2025 Keywords: Mathematical Model Cannibalism Dynamic Analysis Numerical Simulation Kata Kunci: Model Matematika Kanibalisme Analisis Dinamis Simulasi Numerik	This study examines the population dynamics of mud crabs (<i>Scylla serrata</i>) by incorporating the biological phenomenon of cannibalism into a mathematical model. The model considers the mud crab population as consisting of two age classes, namely juvenile mud crabs and adult mud crabs. The formulation produces two equilibrium points: the extinction equilibrium $E_0 = (0,0)$, which represents the disappearance of the entire population, and the coexistence equilibrium $E^* = (CJ^*, CA^*)$, which indicates the persistence of both juveniles and adults. Stability analysis shows that the extinction point E_0 is asymptotically stable if $\alpha < \frac{\mu^2}{r-\mu}$ while the coexistence point E^* remains stable when the intrinsic growth rate α lies within the interval $\alpha > \alpha_1$ and $\alpha < \alpha_2$. These results emphasize that the long-term survival of the population depends on critical biological parameters. Numerical simulations further support the analytical findings by demonstrating that the abundance of mud crabs is highly sensitive to variations in growth rate, competition intensity, and predation levels. In particular, an increase in cannibalistic behavior significantly alters the balance between juvenile and adult populations, potentially leading to population decline if not moderated. The findings of this study provide useful insights into the ecological dynamics of <i>Scylla serrata</i>, which is a species of high economic and ecological importance in mangrove ecosystems. Furthermore, the integration of mathematical modeling and numerical simulation offers a valuable framework for understanding complex interactions in aquatic populations and may serve as a reference for sustainable management strategies in mud crab fisheries. Abstrak Penelitian ini mengkaji dinamika populasi kepiting bakau (<i>Scylla serrata</i>) dengan memasukkan fenomena biologis berupa kanibalisme ke dalam suatu model matematika. Model tersebut membagi populasi kepiting bakau menjadi dua kelas umur, yaitu kepiting bakau muda dan kepiting bakau dewasa. Formulasi model menghasilkan dua titik ekuilibrium, yaitu titik kepunahan $E_0 = (0,0)$ yang merepresentasikan hilangnya seluruh populasi, dan titik keberadaan $E^* = (CJ^*, CA^*)$ yang menunjukkan kelangsungan hidup populasi muda maupun dewasa. Hasil analisis stabilitas memperlihatkan bahwa titik kepunahan E_0 akan stabil asimtotik jika $\alpha < \frac{\mu^2}{r-\mu}$ sedangkan titik keberadaan E^* akan stabil ketika laju pertumbuhan intrinsik α berada pada interval $\alpha > \alpha_1$ dan $\alpha < \alpha_2$. Hal ini menegaskan bahwa kelangsungan hidup jangka panjang populasi sangat dipengaruhi oleh parameter biologis yang kritis. Simulasi numerik mendukung hasil analitis dengan menunjukkan bahwa

kelimpahan kepiting bakau sangat sensitif terhadap variasi laju pertumbuhan, tingkat kompetisi, dan tingkat predasi. Secara khusus, peningkatan perilaku kanibalisme berpotensi mengubah keseimbangan antara populasi muda dan dewasa, yang pada akhirnya dapat menyebabkan penurunan populasi apabila tidak terkendali. Temuan penelitian ini memberikan wawasan penting mengenai dinamika ekologi *Scylla serrata*, yang memiliki nilai ekonomi dan ekologis tinggi di ekosistem mangrove. Selain itu, integrasi antara pemodelan matematika dan simulasi numerik memberikan kerangka kerja yang bermanfaat untuk memahami interaksi kompleks dalam populasi akuatik, serta dapat dijadikan rujukan dalam merumuskan strategi pengelolaan berkelanjutan pada perikanan kepiting bakau.

Corresponding Author:

Randy Ferdiansyah
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Gorontalo
randyferdiansyah100@gmail.com

1. PENDAHULUAN

Perikanan di ekosistem pesisir seringkali terpengaruh oleh interaksi antara spesies yang ada, termasuk sifat kanibalisme yang dapat memengaruhi dinamika populasi. Salah satu jenis yang menjadi perhatian adalah kepiting bakau (*Scylla serrata*). Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematis yang mempertimbangkan faktor kanibalisme dalam populasi kepiting bakau. Model ini diharapkan dapat memberikan wawasan lebih dalam mengenai stabilitas populasi serta implikasi biologis yang dihasilkan dari interaksi antar individu dengan berbagai usia.

Kepiting bakau (*Scylla serrata*) merupakan salah satu dari kelompok krustasea yang biasanya ditemukan di ekosistem mangrove karena siklus hidupnya yang terkait erat dengan lingkungan tersebut. Habitat asli kepiting bakau adalah daerah perairan payau dengan dasar lumpur, terutama di sepanjang garis pantai yang didominasi oleh vegetasi pohon bakau (Tulangow et al., 2019).

Sifat yang paling menonjol dari kepiting bakau adalah perilaku kanibalisme dan saling menyerang antara satu sama lain, terutama saat kepiting sedang mengalami proses pergantian kulit (moulting), hal tersebut dapat mengganggu usaha penanganan hidup serta budidayanya (Saragi & Desrita, 2018). Pertumbuhan kepiting bakau dipengaruhi oleh beberapa faktor salah satunya yaitu sumber makanan. Akses ke makanan yang cukup dan berkualitas baik mendukung pertumbuhan tubuh yang cepat. Interaksi agresif ini menyebabkan tingkat kelangsungan hidup yang rendah dan menurunnya produktivitas tambak (Arsyad et al., 2020).

Salah satu cara mempelajari keseluruhan kondisi ekologi dan sifat biologis diatas yaitu menggunakan pemodelan matematika. Pemodelan matematika adalah sebuah disiplin ilmu matematika yang mentransformasikan atau menjelaskan masalah dunia nyata ke dalam bentuk matematika. Biasanya, Berbagai bidang ilmu terkait dengan model matematika, termasuk biologi, fisika, kesehatan, dan teknik. Salah satu bidang ilmu biologi adalah ekologi, yang mempelajari makhluk hidup dan bagaimana mereka berinteraksi dengan lingkungannya. Secara khusus, model matematika dalam ekologi mempelajari hubungan antara spesies dan lingkungannya, terutama dalam hal persaingan dan pemangsa (Maisaroh et al., 2020).

Interaksi antara individu dalam satu spesies atau antara individu dengan spesies yang berbeda dapat memiliki dampak yang menguntungkan bagi kedua belah pihak, merugikan kedua belah pihak, atau merugikan satu spesies sementara menguntungkan spesies lainnya. Jika interaksi tersebut menguntungkan bagi kedua belah pihak, maka dikenal sebagai simbiosis mutualisme. Jika merugikan bagi kedua belah pihak disebut sebagai persaingan, dan jika menguntungkan bagi satu spesies sementara merugikan spesies lainnya disebut sebagai hubungan mangsa-pemangsa atau prey-predator (Saidah et al., 2016)

Pemodelan matematika adalah salah satu konsep matematika yang digunakan untuk memahami fenomena-fenomena biologi dalam suatu populasi, termasuk yang berkaitan dengan populasi manusia, serta spesies berbahaya seperti bakteri dan virus. Para ahli memperhatikan masalah populasi, termasuk manusia, hewan, dan tumbuhan. Terdapat berbagai model populasi, termasuk model populasi spesies tunggal dan model populasi spesies kontinu (Jannah, 2008). Thomas Robert Malthus pertama kali tertarik untuk mengembangkan teori dinamika populasi pada tahun 1798. Model pertumbuhan yang dia perkenalkan dapat dirumuskan dalam bentuk persamaan sebagai berikut.

$$\frac{dN}{dt} = rN(t)$$

Model ini disebut model eksponensial karena solusinya berbentuk fungsi eksponensial. Kepadatan populasi pada setiap waktu dinyatakan sebagai $N \geq 0$, yang dipengaruhi oleh laju pertumbuhan intrinsik r dan waktu t . Meskipun demikian, dikarenakan adanya pembatasan daya dukung lingkungan dalam suatu populasi.

Model populasi dengan struktur usia merupakan pendekatan matematis yang digunakan untuk mempelajari dan menganalisis dinamika suatu populasi, dengan asumsi bahwa suatu spesies mengalami dua tahap dalam siklus kehidupannya, yaitu tahap belum dewasa (immature) dan tahap dewasa (mature) (Hukmah et al., 2021). Pada penelitian (Yu et al., 2020), membahas tentang model struktur tahap untuk spesies tunggal dengan pemanenan populasi dewasa menggunakan pendekatan tipe Michaelis-Menten.

Model predator-prey yang mengadopsi konsep Lotka-Volterra dengan memasukkan elemen kanibalisme pada predator. Model tersebut juga memperhitungkan adanya kompetisi antar prey dengan x sebagai kepadatan prey dan y sebagai kepadatan predator (Pratama et al., 2022), seperti yang tercantum di bawah ini.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x(r - qx - my), \\ \frac{dy}{dt} &= y(-\beta + p + nx) - \frac{cy^2}{y + d}\end{aligned}$$

Proses pertumbuhan kepiting bakau melibatkan molting, di mana mereka melepaskan cangkang lama untuk pertumbuhan yang lebih lanjut. Selain itu, kepiting ini cenderung menyelam ke dalam lumpur dan bahkan dapat melakukan pergerakan ke darat (Muhlis et al., 2021). Ekosistem pesisir pantai sangat bergantung pada peran penting hutan mangrove sebagai habitat dan sumber unsur hara. Oleh karena itu, penting untuk memiliki pemahaman dan perilaku yang baik dalam menjaga keberlanjutan ekosistem mangrove (Haruna et al., 2018).

Orde dalam suatu persamaan diferensial merupakan tingkat tertinggi dari turunan yang terlibat di dalamnya (Hasnidar, 2023). Untuk mendapatkan hasil linierisasi dari sistem persamaan diferensial yang tidak linier, metode yang umum digunakan adalah dengan menggunakan matriks Jacobi (Hilmi et al., 2015).

Pada penelitian ini memfokuskan model kanibalisme pada predator yang terjadi secara alami. Interaksi kanibalisme sering terjadi dalam situasi di mana populasi mencapai kepadatan yang tinggi sementara ketersediaan makanan terbatas atau saat mencari sumber makanan baru. Secara matematis, model fungsi kanibalisme yang digunakan adalah $f(y) = \alpha y^2 + b$, di mana α adalah tingkat kanibalisme dan b adalah konstanta saturasi kanibalisme, yang keduanya sangat dipengaruhi oleh ketersediaan makanan dan kepadatan populasi mangsa (Hilmi et al., 2020).

Predator terbagi menjadi dua kelompok, yakni muda dan dewasa, dengan biomassa predator pada waktu t direpresentasikan dengan $x = x(t)$ dan $y = y(t)$, sedangkan biomassa mangsa pada waktu t direpresentasikan oleh $z = z(t)$ (De Boer, 2018).

2. METODE PENELITIAN

2.1 Kajian Literatur

Tahap awal penelitian dilakukan melalui kajian literatur untuk memperoleh dasar teori yang kuat terkait ekologi kepiting bakau (*Scylla serrata*) dan fenomena kanibalisme dalam populasi organisme akuatik. Sumber yang digunakan mencakup artikel jurnal, buku, laporan penelitian, serta publikasi ilmiah lain yang relevan. Kajian ini bertujuan untuk memahami karakteristik biologis kepiting bakau, pola interaksi antarindividu, serta faktor lingkungan yang berpengaruh terhadap dinamika populasinya. Selain itu, literatur mengenai model matematika dalam ekologi juga ditelaah untuk memberikan kerangka konseptual dalam membangun model kanibalisme.

2.2 Perumusan Asumsi

Berdasarkan hasil kajian literatur, penelitian ini merumuskan beberapa asumsi untuk menyederhanakan kompleksitas sistem biologis. Populasi kepiting bakau dibagi menjadi dua kategori utama, yaitu kepiting muda (juvenile) dan kepiting dewasa (adult). Setiap kategori diasumsikan memiliki laju pertumbuhan yang berbeda sesuai dengan tahap perkembangan biologisnya. Selain itu, interaksi berupa kompetisi dan kanibalisme juga dimasukkan sebagai faktor penting yang memengaruhi dinamika populasi. Perumusan asumsi ini menjadi dasar dalam penyusunan model matematika.

2.3 Penyusunan Model Matematika

Tahap berikutnya adalah membangun model matematika dalam bentuk sistem persamaan diferensial. Model ini dirancang untuk menggambarkan perubahan jumlah kepiting muda dan dewasa terhadap waktu dengan mempertimbangkan laju pertumbuhan, tingkat kompetisi, serta interaksi kanibalisme. Persamaan diferensial dipilih karena mampu merepresentasikan perubahan populasi secara kontinu. Hasil dari model ini berupa formulasi matematis yang menggambarkan dinamika populasi kepiting bakau pada kondisi tertentu.

2.4 Analisis Kestabilan

Setelah model matematika disusun, dilakukan analisis kestabilan untuk mengetahui kondisi ekuilibrium dari populasi kepiting bakau. Analisis ini melibatkan penentuan titik ekuilibrium, baik titik kepunahan maupun titik keberadaan populasi. Selanjutnya, metode analisis domain dan syarat stabilitas digunakan untuk memeriksa apakah titik ekuilibrium tersebut stabil atau tidak. Dengan demikian, dapat dipahami kondisi apa saja yang memungkinkan populasi bertahan atau justru mengalami kepunahan.

2.5 Simulasi Numerik

Tahap terakhir adalah melakukan simulasi numerik untuk memvisualisasikan dinamika populasi berdasarkan model yang telah dibangun. Simulasi dilakukan dengan menggunakan perangkat lunak Python, yang dipilih karena kemampuannya dalam menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik dan menghasilkan grafik yang informatif. Hasil simulasi menunjukkan perubahan jumlah kepiting muda dan dewasa pada berbagai kondisi parameter, seperti laju pertumbuhan, tingkat kompetisi, dan intensitas kanibalisme. Dengan cara ini, peran faktor-faktor penting dalam memengaruhi dinamika populasi kepiting bakau dapat dianalisis lebih jelas.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Analisis Populasi Kepiting Bakau (*Scylla serrata*)

3.1.1 Formulasi Model

Model epidemiologi ini dibangun dengan beberapa asumsi penting. Pertama, populasi kepiting bakau (*Scylla serrata*) dibagi menjadi dua kelompok: muda dan dewasa. Kedua, pertumbuhan populasi kepiting bakau muda bergantung pada populasi dewasa, yang tumbuh secara logistik dengan laju pertumbuhan intrinsik r . Asumsi lainnya meliputi adanya kanibalisme pada kepiting bakau dewasa terhadap kepiting bakau muda yang sedang dalam proses pergantian kulit, laju perkembangbiakan dari kepiting muda menjadi dewasa (α), laju kematian alami setiap populasi (μ), persaingan antar kepiting bakau dewasa (δ_1), persaingan antara kepiting bakau muda dan dewasa (δ_2 dan δ_4), persaingan antar kepiting bakau muda (δ_3), serta interaksi kanibalisme antara kepiting bakau dewasa dan muda, yang menyebabkan perubahan populasi sebesar m (berkurang) dan n (bertambah).

$$\begin{aligned}\frac{dC_J}{dt} &= rC_A - \mu C_J - (m - n)C_A C_J - \delta_4 C_A C_J - \delta_3 C_J^2 - \alpha C_J \\ \frac{dC_A}{dt} &= \alpha C_J - \mu C_A - \delta_1 C_A^2 - \delta_2 C_A C_J\end{aligned}\quad (4.1)$$

Model deterministik dengan turunan orde 1 dibangun berdasarkan asumsi-asumsi tersebut, menghasilkan persamaan diatas. Parameter-parameter yang digunakan dalam persamaan ini selalu bernilai positif, sesuai dengan fakta biologis bahwa jumlah populasi, tingkat kematian, proses pemangsaan, dan perilaku lainnya tidak mungkin bernilai negatif.

3.1.2 Analisis Numerik

Untuk Mencari titik kesetimbangan dari persamaan (4.1) dapat dilakukan dengan cara menyelesaikan dengan cara $\frac{dC_J}{dt} = \frac{dC_A}{dt} = 0$ dari penyelesaian tersebut, diperoleh dua titik kesetimbangan:

- 1) Titik punah semua Populasi $E_0 = (0, 0)$
- 2) Titik eksistensi semua populasi $E^* = (C_J^*, C_A^*)$, dengan $C_J^* = \frac{C_A^*(\delta_1 C_A^* + \mu)}{\alpha - \delta_2 C_A^*}$ dan C_A^* adalah solusi dari persamaan beriku.

$$C_A^3(\delta_1(\delta_2\delta_4 - (n - m)\delta_2 - \delta_1\delta_3)) + C_A^2(\delta_1((n - m)\alpha - \alpha\delta_4 + (\alpha + \mu)\delta_2 - 2\delta_3\mu) + \delta_2(r\delta_2 - (n - m)\mu + \delta_4\mu)) + C_A(\alpha\mu((n - m) - \delta_4) - \alpha(2r\delta_2 + (\alpha\mu)\delta_1) + \mu((\alpha + \mu)\delta_2 - \delta_3\mu)) + (\alpha(\alpha r - (\alpha + \mu)\mu)) = 0$$
(4.2)

Misalkan C_A adalah akar real positif dari persamaan kubik (4.2)

$$C_A^3 + 3\beta_1 C_A^2 + 3\beta_2 C_A + \beta_3 = 0 \quad (4.3)$$

Dengan

$$\begin{aligned}
3\beta_1 &= \frac{\delta_1((n-m)\alpha - \alpha\delta_4 + (\alpha + \mu)\delta_2 - 2\delta_3\mu) + \delta_2(r\delta_2 - (n-m)\mu + \delta_4\mu)}{\delta_1(\delta_2\delta_4 - (n-m)\delta_2 - \delta_1\delta_3)} \\
3\beta_2 &= \frac{\alpha\mu(n-m) - \delta_4 - \alpha(2r\delta_2 + (\alpha\mu)\delta_1) + \mu((\alpha + \mu)\delta_2 - \delta_3\mu)}{\delta_1(\delta_2\delta_4 - (n-m)\delta_2 - \delta_1\delta_3)} \\
\beta_3 &= \frac{\alpha(\alpha r - (\alpha + \mu)\mu)}{\delta_1(\delta_2\delta_4 - (n-m)\delta_2 - \delta_1\delta_3)}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Dengan mentransformasikan $z = C_A + \beta_1$ ke persamaan (4.3). Maka perasamaan dapat disederhanakan menjadi:

$$h(z) = z^3 + 3pz + q = 0 \tag{4.5}$$

Dengan:

$$\begin{aligned}
p &= \beta_2 - \beta_1^2 \\
q &= \beta_3 - \beta_1\beta_2 + 2\beta_1^3
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Selanjutnya untuk mendefinisikan nilai C_A yang dijelaskan seperti berikut.

- Jika $q < 0$, maka persamaan (4.5) memiliki satu akar positif
- Apabila $q > 0$ dan $p < 0$ berakibat
 - Jika $q^2 + 4p^3 = 0$ maka persamaan (4.5) memiliki akar positif dari kelipatan 2
 - Jika $q^2 + 4p^3 < 0$ maka persamaan (4.5) memiliki 2 akar positif
- Jika $q = 0$ dan $p < 0$ maka persamaan (4.5) memiliki akar positif yang unik.

Untuk mempelajari dinamika yang terjadi pada persamaan (4.1) disekitar titik kesetimbangan E_1 dan E_2 , dilakukan pelinearan dari persamaan (4.1) dan diperoleh matriks jacobi sebagai berikut :

$$J(C_A, C_J) = \begin{bmatrix} nC_A - mC_A - \mu - \alpha - 2\delta_3C_J - \delta_4C_Ar + nC_J - mC_J - \delta_4C_J \\ \alpha - \delta_2C_A & -\mu - 2\delta_1C_A - \delta_4C_J \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Dinamika model yang terjadi disekitar titik kesetimbangan dapat dipengaruhi oleh kestabilan dari setiap titik kesetimbangan tersebut. Dapat diuraikan dalam beberapa teorema berikut untuk mencari kestabilan dari titik kesetimbangan pada persamaan (4.1)

3.1.3 Kestabilan titik E_0

Dengan mensubstitusikan $E_0 = (0,0)$ pada matriks jacobi (4.7), maka

Diperoleh

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu - \alpha & r \\ \alpha & -\mu \end{bmatrix}$$

Teorema 4.1. Titik $E_0 = (0,0)$ stabil asimtotik lokal jika $\alpha < \mu^*$.

$$\text{Dengan } \mu^* = \frac{\mu^2}{r - \mu}$$

Bukti. Dengan menyelesaikan $J(E_0 - \lambda I) = 0$, diperoleh λ_1, λ_2 dengan menyelesaikan persamaan kuadrat berikut: $\lambda^2 + (2\mu + \alpha)\lambda + \alpha\mu + \mu^2 - ar = 0$,

dengan

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left(-(2\mu + \alpha) - \sqrt{\alpha^2 + 4r\alpha} \right)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left(-(2\mu + \alpha) + \sqrt{\alpha^2 + 4r\alpha} \right)$$

Karena $\mu, \alpha, r > 0$, maka diperoleh bahwa $\lambda_1 < 0$.

Agar memenuhi $\lambda_2 < 0$, maka kondisi berikut harus dipenuhi.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \left(-(2\mu + \alpha) + \sqrt{\alpha^2 + 4r\alpha} \right) &< 0 \\
\left(-(2\mu + \alpha) + \sqrt{\alpha^2 + 4r\alpha} \right) &< 0 \\
\sqrt{\alpha^2 + 4r\alpha} &< 2\mu + \alpha \\
\alpha^2 + 4r\alpha &< (2\mu + \alpha)^2 \\
\alpha^2 + 4r\alpha &< 4\mu^2 + 4\alpha\mu + \alpha^2 \\
4r\alpha &< 4\mu^2 + 4\alpha\mu \\
4r\alpha - 4\alpha\mu &< 4\mu^2 \\
r\alpha - \alpha\mu &< \mu^2 \\
(r - \mu)\alpha &< \mu^2 \\
\alpha &< \frac{\mu^2}{r - \mu}
\end{aligned}$$

Jika syarat $\alpha < \frac{\mu^2}{r - \mu}$ terpenuhi, maka sesuai dengan Teorema 4.1, titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ memiliki sifat stabil asimtotik secara lokal.

Untuk penyelesaian yang detail terkait kestabilan lokal titik kesetimbangan E_0 dapat dilihat pada Lampiran B.2.

3.1.4 Kestabilan titik E^*

Dengan mensubstitusikan $E^* = (C_J^*, C_A^*)$, pada matriks jacobí (4.7), maka diperoleh

$$J(E^*) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

Dengan:

$$M_{11} = nCA^* - mCA^* - \mu - \alpha - 2\delta_3 CJ^* - \delta_4 CA^*$$

$$M_{12} = r + nCJ^* - mCJ^* - \delta_4 CJ^*$$

$$M_{21} = \alpha - \delta_2 CA^*$$

$$M_{22} = -\mu - 2\delta_1 CA^* - \delta_4 CJ^*$$

Untuk kestabilan titik kesetimbangan E^* dijelaskan dalam teorema berikut.

Teorema 4.2. Titik E^* stabil asimtotik lokal jika $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$. Dengan:

$$a_1 = -(M_{11} + M_{22})$$

$$a_2 = M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}$$

Bukti. Melalui penyelesaian $J(E^* - \lambda I) = 0$, diperoleh nilai $\lambda_{1,2}$ dari persamaan karakteristik berikut menggunakan Teorema 2.1.

$$\lambda^2 - (M_{11} + M_{22})\lambda + (M_{11}M_{22} - M_{12}M_{21}) = 0$$

$$\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0.$$

Sehingga, berdasarkan Teorema 2.1 titik E^* stabil asimtotik lokal jika $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$ masing-masing kondisi tersebut terjadi pada saat $\alpha > \alpha_1$ dan $\alpha < \alpha_2$.

3.1.5 Simulasi Numerik

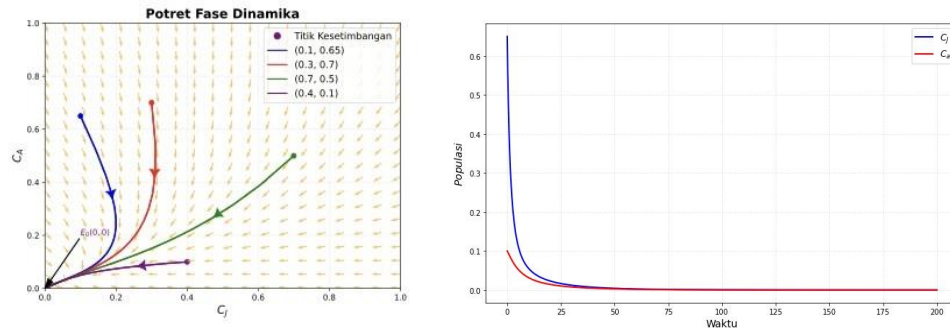
Simulasi numerik dilakukan menggunakan bahasa pemrograman Python 3.9 untuk memvalidasi analisis dan menunjukkan sifat kestabilan titik tetap secara numerik serta dinamika populasi kepiting bakau. Parameter yang digunakan bervariasi untuk melihat dampaknya terhadap populasi.

Berdasarkan hasil analisis, dipilih beberapa nilai parameter seperti pada tabel berikut.

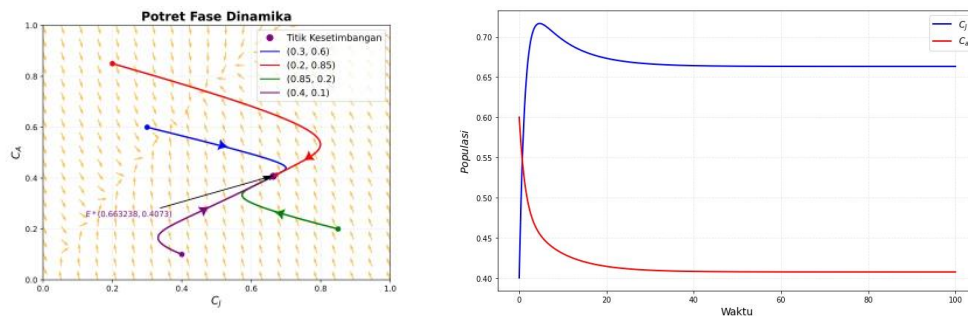
Tabel 1. Parameter yang digunakan dalam simulasi numerik

No	r	m	n	α	μ	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4
Simulasi 1	0.4	0.3	0.1	0.1	0.2	1	0.7	0.6	1
Simulasi 2	0.75	0.4	0.3	0.15	0.15	0.15	0.05	0.15	0.05
Simulasi 3	0.75	0.4	0.3	0.15	0.15	0.15	0.05	0.15	0.05

Simulasi menunjukkan bahwa solusi cenderung menuju titik kesetimbangan $E_0 = (0,0)$ dengan $\alpha = 0.1$ dan $\mu = 0.2$, mengindikasikan kepunahan seluruh populasi. Simulasi juga dilakukan dengan parameter yang menghasilkan titik eksistensi $E^* = (0.663238, 0.4073)$, yang memenuhi kondisi $a_1 > 0$ dan $a_2 > 0$.



Gambar 1. Simulasi Numerik Disekitar e_0



Gambar 2. Simulasi Numerik disekitar E^*

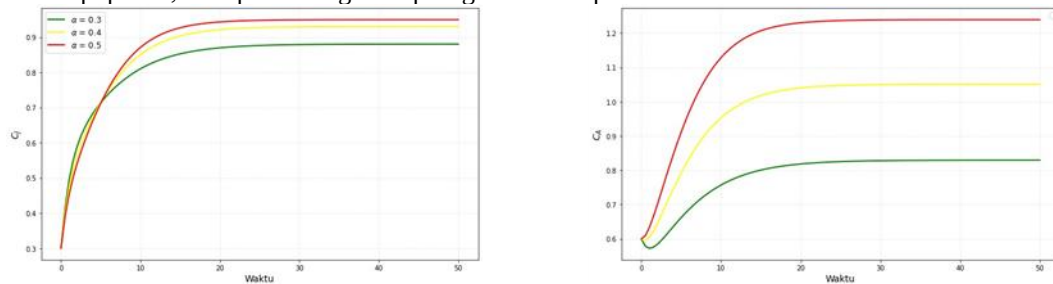
3.2 Dampak Perubahan Populasi Kepiting Bakau (*Scylla serrata*)

3.2.1 Dampak Perubahan Perkembangbiakan dari Kepiting Bakau Muda ke Dewasa (α)

Hasil simulasi numerik memperlihatkan bahwa nilai parameter transisi α , yang merepresentasikan laju perkembangan kepiting muda menuju kepiting dewasa, memiliki pengaruh signifikan terhadap dinamika populasi. Peningkatan nilai α menyebabkan lebih banyak individu yang berhasil bertahan dan berpindah dari fase juvenil ke fase dewasa. Hal ini berdampak pada peningkatan jumlah kepiting dewasa, yang pada gilirannya juga meningkatkan jumlah populasi total.

Sebaliknya, apabila nilai α relatif kecil, maka sebagian besar kepiting muda tidak dapat bertahan untuk mencapai fase dewasa, sehingga populasi dewasa menurun dan total populasi menjadi lebih rendah. Dengan demikian, parameter α berperan penting dalam menentukan keseimbangan jumlah kepiting muda dan dewasa dalam jangka panjang.

Visualisasi hasil simulasi ini ditunjukkan pada Gambar 3, yang menggambarkan perubahan jumlah populasi terhadap waktu dengan variasi nilai α . Pada gambar tersebut, dapat diamati bahwa kurva populasi cenderung stabil menuju titik ekuilibrium E^* ketika α semakin besar. Pola time-series menunjukkan bahwa peningkatan α tidak hanya mempercepat pencapaian kestabilan, tetapi juga meningkatkan level ekuilibrium populasi, baik pada kategori kepiting muda maupun dewasa.



Gambar 3. Time-series Perubahan α pada E^*

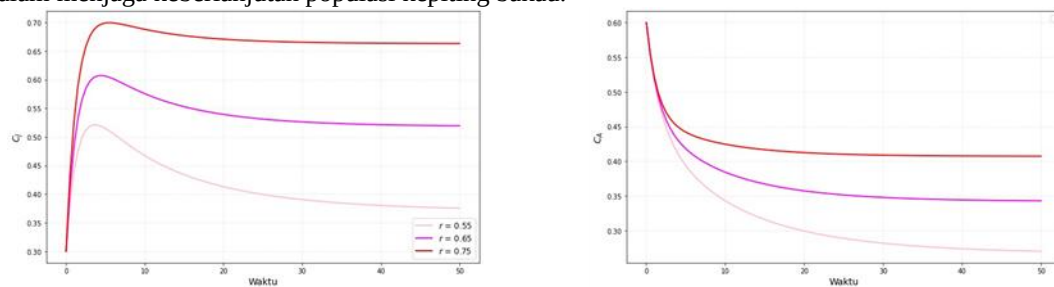
3.2.2 Dampak Perubahan Laju Pertumbuhan Intrinsik (r)

Laju pertumbuhan intrinsik r merupakan parameter penting yang menggambarkan kemampuan populasi kepiting bakau untuk berkembang biak secara alami tanpa adanya hambatan dari faktor eksternal. Untuk memahami pengaruhnya terhadap dinamika populasi, dilakukan simulasi numerik dengan berbagai variasi nilai r .

Hasil simulasi menunjukkan bahwa peningkatan nilai r berkontribusi langsung terhadap kenaikan jumlah individu, baik pada populasi kepiting muda maupun kepiting dewasa. Semakin besar nilai rr , populasi total cenderung meningkat secara signifikan dan lebih cepat mencapai titik ekuilibrium E^* . Hal ini terjadi karena laju pertumbuhan yang tinggi memungkinkan kepiting muda berkembang dalam jumlah besar, sehingga meningkatkan peluang transisi menuju fase dewasa.

Sebaliknya, jika nilai r rendah, populasi cenderung menurun atau hanya mencapai kestabilan pada jumlah individu yang relatif kecil. Kondisi ini mengindikasikan bahwa pertumbuhan intrinsik yang rendah membatasi kemampuan populasi untuk mempertahankan diri dalam jangka panjang, sehingga lebih rentan mengalami kepunahan.

Hasil ini divisualisasikan pada Gambar 4, yang memperlihatkan kurva time-series jumlah populasi dengan variasi nilai r . Dari gambar terlihat bahwa populasi dengan nilai r lebih tinggi mencapai kestabilan pada level ekuilibrium yang lebih besar dibandingkan populasi dengan nilai r rendah. Selain itu, peningkatan rr juga mempercepat laju konvergensi menuju titik ekuilibrium, yang menunjukkan peran krusial parameter ini dalam menjaga keberlanjutan populasi kepiting bakau.



Gambar 4. Time-series perubahan r pada E^*

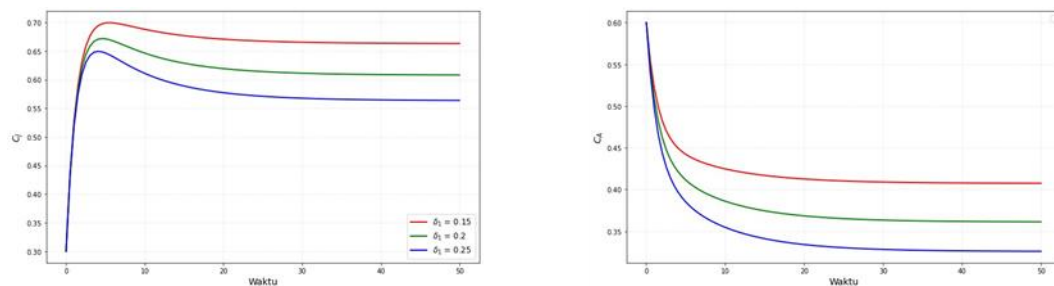
3.2.3 Dampak Perubahan Persaingan Antar Kepiting Dewasa (δ_1)

Persaingan antar kepiting dewasa dalam suatu populasi merupakan faktor penting yang dapat memengaruhi kelangsungan hidup dan dinamika ekosistem. Parameter δ_1 dalam model ini merepresentasikan intensitas persaingan antar kepiting bakau dewasa dalam memperebutkan sumber daya, seperti ruang, makanan, maupun wilayah. Untuk menelaah pengaruhnya, dilakukan simulasi numerik dengan memvariasikan nilai δ_1 .

Hasil simulasi menunjukkan bahwa penurunan nilai δ_1 menghasilkan peningkatan signifikan pada jumlah individu dalam kedua kategori populasi, baik kepiting muda maupun kepiting dewasa. Kondisi ini terjadi karena berkurangnya persaingan memungkinkan kepiting dewasa bertahan lebih lama dan memanfaatkan sumber daya secara lebih optimal, sehingga proses reproduksi juga menjadi lebih efektif. Akibatnya, jumlah kepiting muda yang dihasilkan meningkat, yang pada gilirannya memperbesar total populasi.

Sebaliknya, apabila nilai δ_1 tinggi, populasi dewasa mengalami tekanan kompetisi yang besar, sehingga menurunkan tingkat kelangsungan hidup. Dampak lanjutannya adalah menurunnya produksi kepiting muda dan menurunnya total populasi. Hal ini menunjukkan bahwa tingkat persaingan antar individu dewasa merupakan salah satu faktor pembatas utama dalam dinamika populasi kepiting bakau.

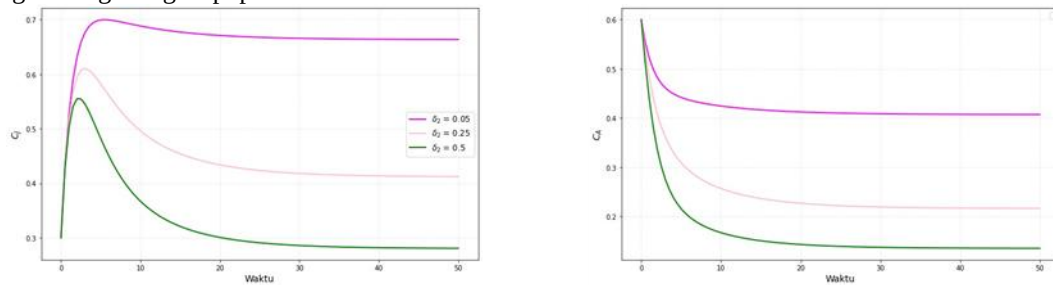
Visualisasi simulasi ini ditampilkan pada Gambar 5, yang memperlihatkan kurva time-series jumlah populasi dengan variasi nilai δ_1 . Terlihat jelas bahwa semakin rendah nilai δ_1 , kurva populasi cenderung stabil pada level ekuilibrium yang lebih tinggi. Sementara itu, peningkatan nilai δ_1 menurunkan kestabilan populasi dan menyebabkan jumlah individu mendekati titik ekuilibrium yang lebih rendah. Dengan demikian, intensitas persaingan antar kepiting dewasa berperan signifikan dalam menentukan keberlanjutan populasi.



Gambar 5. Time-series perubahan δ_1 pada E^*

3.2.4 Dampak Perubahan Persaingan Antara Kepiting Muda dan Dewasa (δ_2 dan δ_4)

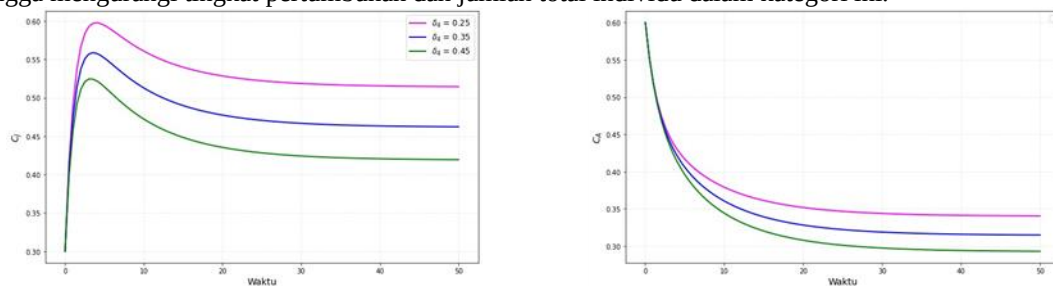
Parameter persaingan antara kepiting muda dan dewasa (δ_2 dan δ_4) juga dievaluasi melalui simulasi. Hasil menunjukkan bahwa semakin kecil nilai parameter δ_2 dan δ_4 , semakin besar jumlah individu dalam masing-masing kategori populasi.



Gambar 6. Time-series perubahan δ_2 pada E^*

3.2.5 Dampak Peubahan Persaingan Antar Kepiting Muda (δ_3)

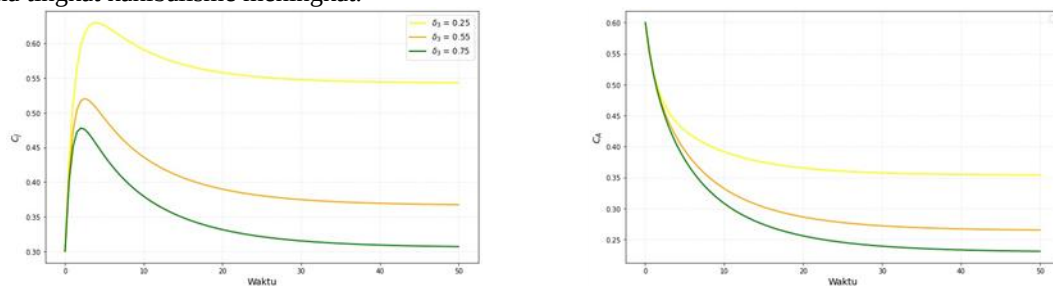
Simulasi ini bertujuan untuk mengkaji pengaruh persaingan antar individu muda (δ_3). Hasilnya menunjukkan bahwa peningkatan nilai δ_3 menyebabkan persaingan yang lebih kuat di antara kepiting muda, sehingga mengurangi tingkat pertumbuhan dan jumlah total individu dalam kategori ini.



Gambar 7. Time-series perubahan δ_4 pada E^*

3.2.6 Dampak Perubahan Kerugian Populasi Akibat Individu yang Dimangsa (δ_3)

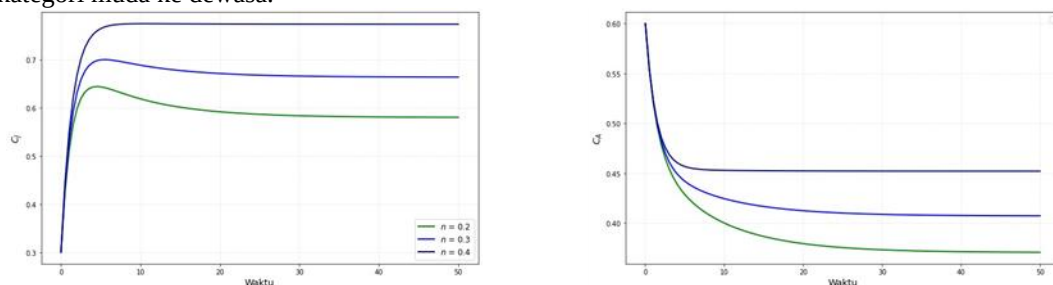
Dampak kerugian populasi akibat individu yang menjadi mangsa (m) juga dianalisis melalui simulasi. Semakin tinggi nilai parameter m , semakin sedikit jumlah individu dalam kategori kepiting muda karena tingkat kanibalisme meningkat.



Gambar 8. Time-series perubahan δ_3 pada E^*

3.2.7 Dampak Peubahan Keuntungan Populasi karena Individu yang Dimangsa (n)

Terakhir, simulasi dilakukan untuk mengevaluasi dampak keuntungan populasi akibat individu yang dimangsa (n). Hasilnya menunjukkan bahwa semakin tinggi nilai n , semakin cepat pertumbuhan populasi kepiting muda terjadi, sementara populasi kepiting dewasa cenderung menurun akibat transisi yang lebih cepat dari kategori muda ke dewasa.



Gambar 9. Time-series perubahan n pada E^*

4 KESIMPULAN DAN SARAN/REKOMENDASI

4.1 Kesimpulan

Pada penelitian ini membahas tentang dinamika populasi kepiting bakau (*Scylla Serrata*) dengan sifat kanibalisme. Adapun kesimpulan yang diperoleh yakni sebagai berikut.

- 1) Model populasi kepiting bakau (*Scylla Serrata*) dengan sifat kanibalisme yaitu sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dC_J}{dt} &= rC_A - \mu C_J - (m - n)C_A C_J - \delta_4 C_A C_J - \delta_3 C_J^2 - \alpha C_J, \\ \frac{dC_A}{dt} &= \alpha C_J - \mu C_A - \delta_1 C_A^2 - \delta_2 C_A C_J.\end{aligned}\quad (5.1)$$

- 2) Kestabilan lokal dari kedua titik kesetimbangan tersebut sebagai berikut

- a) Titik kesetimbangan E_0 akan stabil asimtotik lokal jika $\alpha < \frac{\mu^2}{r-\mu}$
b) Titik Kesetimbangan E^* akan stabil asimtotik lokal jika $\alpha > \alpha_1$ dan $\alpha < \alpha_2$

- 3) Simulasi numerik dapat dilihat bahwa dinamika populasi kepiting bakau dipengaruhi oleh adanya interaksi yang mempengaruhi keseimbangan antara kepiting bakau muda dan dewasa. Persaingan yang kuat cenderung mengurangi jumlah populasi tertentu, sementara pertumbuhan dari pemangsaan dapat mempercepat perubahan jumlah populasi. Hasil ini menunjukkan bahwa populasi kepiting bakau sangat bergantung pada kondisi lingkungan dan interaksi dalam ekosistemnya.

4.2 Saran/Rekomendasi

Adapun saran yang dapat diberikan berdasarkan hasil penelitian ini adalah perlunya pengembangan lebih lanjut pada model yang telah dibangun. Pertama, model dapat diperluas dengan menggunakan pendekatan turunan orde fraksional, sehingga dinamika populasi kepiting bakau dapat digambarkan dengan lebih realistis dan mempertimbangkan memori sistem. Kedua, penelitian lanjutan dapat dilakukan melalui proses diskretisasi model untuk memperoleh bentuk model diskret yang memungkinkan analisis dalam kerangka waktu diskrit, sekaligus memudahkan penerapannya pada kasus nyata dengan data lapangan yang biasanya bersifat diskrit. Selanjutnya, analisis global dan analisis bifurkasi juga penting untuk dikaji guna memahami perilaku model secara menyeluruh, termasuk bagaimana perubahan parameter memengaruhi stabilitas populasi. Dengan pengembangan-pengembangan tersebut, diharapkan penelitian tentang dinamika populasi kepiting bakau dengan aspek kanibalisme ini dapat memberikan gambaran yang lebih komprehensif serta menjadi dasar bagi strategi pengelolaan yang lebih efektif dan berkelanjutan.

REFERENSI

- Arsyad, S. H., Resmawan, R., & Achmad, N. (2020). Analisis Model Predator-Prey Leslie-Gower dengan Pemberian Racun Pada Predator. *Jurnal Riset dan Aplikasi Matematika (JRAM)*, 4(1), 1-16.
- De Boer, R. J. (2018). *Modeling Population Dynamics: A Graphical Approach*. <http://tbb.bio.uu.nl/rdb/books/>
- Haruna, M. F., Utina, R., & Dama, L. (2018). Hubungan pengetahuan pada materi ekosistem mangrove dan persepsi siswa tentang pelestarian mangrove dengan perilaku siswa menjaga ekosistem mangrove di Kawasan Kepulauan Togean. *Jurnal Pascasarjana*, 3(1), 54-61.
- Hasnidar, H. (2023). Komposisi jenis hasil tangkapan, pola pertumbuhan dan tingkat eksploitasi kepiting bakau di kawasan mangrove, Kabupaten Pasangkayu, Provinsi Sulawesi Barat. *BAWAL*, 15(2), 98-108.
- Hilmi E, S. S. A., Febryanni L, Novaliani R, A Amir S, & Dhamar Syakti A. (2015). Struktur Komunitas, Zonasi Dan Keanekaragaman Hayati Vegetasi Mangrove Di Segara Anakan Cilacap. *Omni Akuatika*, 2(2), 1-10.
- Hilmi, E., Sari, L. K., & Amron, A. (2020). The Prediction of Plankton Diversity and Abundance in Mangrove Ecosystem. *Omni-Akuatika*, 16(3), 1. <https://doi.org/10.20884/1.0a.2020.16.3.843>
- Hukmah, H., Toaha, S., & Kusuma, J. (2021). Dynamics of Intra-guild Predation Model with Stage Structure in Prey. *Jurnal Matematika, Statistika Dan Komputasi*, 18(1), 67-77. <https://doi.org/10.20956/j.v18i1.14362>
- Jannah, A. F. (2008). *Analisis persamaan diferensial model populasi kontinu untuk speies tunggal* (Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim).
- Maisaroh, S., Resmawan, & Rahmi, E. (2020). Analisis Kestabilan Model Predator-Prey dengan Infeksi Penyakit pada Prey dan Pemanenan Proporsional pada Predator. *Jambura Journal of Biomathematics*, 1(1), 8-15. <https://doi.org/10.34312/jjbm.v1i1.5948>
- Muhlis, M., Budiardi, T., Effendi, I., & Hadiroseyani, Y. (2021). Kinerja Produksi Kepiting Bakau, *Scylla Tranquebarica* Pada Ketinggian Air Dan Ukuran Wadah Berbeda. *Media Akuakultur*, 16(2), 79. <https://doi.org/10.15578/ma.16.2.2021.79-86>
- Pratama, R. A., Suryani, D. R., & Ruslau, M. F. V. (2022). Model Modifikasi Holling-Tanner dengan Interaksi Kanibalisme dan Sumber Makanan Alternatif pada Predator. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 8(2), 86. <https://doi.org/10.24014/jsms.v8i2.17356>

- Saidah, S., Leila Ariyani Sofia, dan, Studi Ilmu Kehutanan, P., Kehutanan ULM, F., Studi Agrobisnis Perikanan, P., & Perikanan dan Kelautan ULM, F. (2016). Pengembangan Usaha Pembesaran Kepiting Bakau (*Scylla spp*) Melalui Sistem Silvofishery The Business Development Of Mud Crab (*Scylla Spp*) Rearing By Silvofishery System. *Jurnal Hutan Tropis*, 4(3).
- Saragi, S. M., & Desrita, D. (2018). Ekosistem mangrove sebagai habitat kepiting bakau (*Scylla Serrata*) di Kampung Nipah Desa Sei Nagalawan Kecamatan Perbaungan Serdang Bedagai Provinsi Sumatera Utara. *Depik*, 7(1), 84–90. <https://doi.org/10.13170/depik.7.1.8742>
- Tulangow, C., Santoso, P., & Lukas, A. Y. H. (2019). Pengaruh frekuensi pemberian pakan ikan rucah terhadap pertumbuhan kepiting bakau (*Scylla serrata*) dengan menggunakan sistem baterai. *Jurnal Aquatik*, 2(2), 50-61.
- Yu, X., Zhu, Z., & Chen, F. (2020). Dynamic behaviors of a single species stage structure model with Michaelis-Menten-Type Juvenile population harvesting. *Mathematics*, 8(8). <https://doi.org/10.3390/MATH8081281>